

Exercice 01

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $-5x + 3 = -3x + 2$ 2) $3(x + 4) = -(x + 5) + 2$

3) $(4x + 6)(3 - 7x) = 0$

4) $(3x + 1)(1 - 6x) - (3x + 7)(3x + 1) = 0$

5) $5x^2 - 4x = 0$

6) $x^2 = 16$ 7) $x^2 = -8$ 8) $(x + 2)^2 = 9$.

9) $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$ 10) $\frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{x-3}$ 11) $1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$

Correction

1) $-5x + 3 = -3x + 2$

$$-5x + 3x = 2 - 3$$

$$-2x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

On note : $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

2) $3(x + 4) = -(x + 5) + 2$

$$3x + 12 = -x - 5 + 2$$

$$3x + x = -12 - 5 + 2$$

$$4x = -15$$

$$x = -\frac{15}{4}$$

On note : $S = \left\{ -\frac{15}{4} \right\}$

3) $(4x + 6)(3 - 7x) = 0$

Soit : $4x + 6 = 0$ ou $3 - 7x = 0$

$$4x = -6$$

$$-7x = -3$$

$$x = -\frac{6}{4}$$

$$x = \frac{-3}{-7}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{7}$$

L'équation a deux solutions : $-\frac{3}{2}$ et $\frac{3}{7}$.

On note : $S = \left\{ -\frac{3}{2} ; \frac{3}{7} \right\}$.

4) On commence par factoriser l'expression pour se ramener à une équation-produit :

$$(3x + 1)(1 - 6x) - (3x + 7)(3x + 1) = 0$$

$$(3x + 1)[(1 - 6x) - (3x + 7)] = 0$$

$$(3x + 1)(1 - 6x - 3x - 7) = 0$$

$$(3x + 1)(-9x - 6) = 0$$

Soit : $3x + 1 = 0$ ou $-9x - 6 = 0$

$$3x = -1$$

ou

$$-9x = 6$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

ou

$$x = \frac{6}{-9} = -\frac{2}{3}$$

L'équation a deux solutions : $-\frac{2}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.

On note : $S = \left\{ -\frac{2}{3} ; -\frac{1}{3} \right\}$.

5) $5x^2 - 4x = 0$

$$x(5x - 4) = 0$$

Soit : $x = 0$ ou $5x - 4 = 0$

$$5x = 4$$

$$x = \frac{4}{5}$$

L'équation a deux solutions : 0 et $\frac{4}{5}$.

On note : $S = \left\{ 0 ; \frac{4}{5} \right\}$.

6) L'équation $x^2 = 16$ possède deux solutions : $x = -\sqrt{16} = -4$ et $x = \sqrt{16} = 4$.

On note : $S = \{-4 ; 4\}$.

7) L'équation $x^2 = -8$ n'a pas de solution dans \mathbb{R} car -8 est négatif. Donc $S = \emptyset$.

8) L'équation $(x + 2)^2 = 9$ possède deux solutions :

$$x + 2 = -\sqrt{9} \quad \text{et} \quad x + 2 = \sqrt{9}$$

Soit : $x = -3 - 2 = -5$ et $x = 3 - 2 = 1$

L'équation a deux solutions : -5 et 1 .

On note : $S = \{-5 ; 1\}$.

9) L'équation $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$ est défini pour $x \neq -3$

Pour $x \neq -3$, l'équation $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$ équivaut à :

$$x^2 - 9 = 0, \text{ soit } x^2 = 9$$

Soit encore : $x = -\sqrt{9} = -3$ ou $x = \sqrt{9} = 3$.

Comme $x \neq -3$, l'équation a pour unique solution : $x = 3$.

On note : $S = \{3\}$.

10) L'équation $\frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{x-3}$ est défini pour $x \neq 3$

Pour $x \neq 3$, l'équation $\frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{x-3}$ équivaut à : $\frac{x+3}{x-3} - \frac{2}{x-3} = 0$.

$$\frac{x+3-2}{x-3} = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{x+1}{x-3} = 0$$

Pour $x \neq 3$, l'équation équivaut à $x + 1 = 0$.

D'où $x = -1$.

On note : $S = \{-1\}$.

11) L'équation $1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$ n'est pas définie pour $x = 2$ et $x = 3$.

Pour $x \neq 2$ et $x \neq 3$,

$$\text{l'équation } 1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x} \text{ équivaut à : } 1 - \frac{x+3}{x-3} - \frac{2}{2-x} = 0$$

On réduit au même dénominateur dans le but de se ramener à une équation-quotient :

$$\frac{(x-3)(2-x)}{(x-3)(2-x)} - \frac{(x+3)(2-x)}{(x-3)(2-x)} - \frac{2(x-3)}{(2-x)(x-3)} = 0$$

$$\frac{(x-3)(2-x) - (x+3)(2-x) - 2(x-3)}{(x-3)(2-x)} = 0$$

On développe et on réduit le numérateur :

$$\frac{2x-x^2-6+3x-2x+x^2-6+3x-2x+6}{(x-3)(2-x)} = 0$$

$$\frac{4x-6}{(x-3)(2-x)} = 0$$

Ce qui équivaut à $4x - 6 = 0$.

$$\text{D'où } x = \frac{3}{2}$$

On note : $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Exercice 02

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $(I): (2x + 8)(2 - x) \leq 0$

2) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$(E_1): |2x + 8| = 2 \quad ; \quad (E_2): |2x - 8| = |3x - 6|$$

3) Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$(I_1): |2x - 8| < 2 \quad ; \quad (I_2): |-3x + 6| \geq 2$$

Correction

1) $(I): (2x + 8)(2 - x) \leq 0$

$(2x + 8)(2 - x) = 0$ donc $x = -4$ ou $x = 2$

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$
2x + 8		-	+	+
2 - x		+	+	-
(2x + 8)(2 - x)		-	+	-

Donc : $S =]-\infty; -4] \cup [2; +\infty[$

2) $|2x + 8| = 2$ donc $2x + 8 = 2$ ou $2x + 8 = -2$

c. à. d $2x = 2 - 8$ ou $2x = -2 - 8$

c. à. d $2x = -6$ ou $2x = -10$

c. à. d $x = -\frac{6}{2}$ ou $x = -\frac{10}{2}$

ssi $x = -3$ ou $x = -5$

Donc : $S = \{-3; -5\}$

$$(E_2): |2x - 8| = |3x - 6|$$

$$|2x - 8| = |3x - 6|$$

si $2x - 8 = -3 - 6$ ou $2x - 8 = -(3x - 6)$

ssi $2x = -6$ ou $2x = -10$

ssi $x = -\frac{6}{2}$ ou $x = -\frac{10}{2}$

ssi $x = -3$ ou $x = -5$

Donc : $S = \{-3; -5\}$

3) Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$|2x - 8| < 2 \text{ ssi } -2 < 2x - 8 < 2$$

$$\text{ssi } 6 < 2x < 10$$

$$\text{ssi } 3 < x < 5$$

Donc : $S =]3; 5[$

$$|-3x + 6| \geq 2 \text{ donc } (-3x + 6 \leq -2 \text{ ou } -3x + 6 \geq 2)$$

$$\text{donc } (-3x \leq -8 \text{ ou } -3x \geq -4) \text{ donc } (3x \geq 8 \text{ ou } 3x \leq 4)$$

$$\text{DONC } \left(x \geq \frac{8}{3} \text{ ou } x \leq \frac{4}{3}\right) \text{ c.à.d. : } x \in \left[\frac{8}{3}; +\infty[\text{ ou } x \in \right]-\infty; \frac{4}{3}]$$

$$\text{Donc : } S = \left]-\infty; \frac{4}{3}\right] \cup \left[\frac{8}{3}; +\infty\right[$$

Exercice 03

1) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $2x^2 - x - 6 = 0$

b) $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$

c) $x^2 + 3x + 10 = 0$

2) Factoriser les trinômes suivants :

a) $4x^2 + 19x - 5$

b) $9x^2 - 6x + 1$

Solution

1) a) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - x - 6 = 0$:

$$a = 2, b = -1 \text{ et } c = -6$$

$$\text{Donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 49.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \times 2} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \times 2} = 2$$

Soit S l'ensemble des solutions de l'équation donc $S = \left\{-\frac{3}{2}; 2\right\}$

b) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$:

$$a = 2, b = -3 \text{ et } c = \frac{9}{8}$$

$$\text{Donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times \frac{9}{8} = 0.$$

Comme $\Delta = 0$, l'équation possède une unique solution :

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

c) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 + 3x + 10 = 0$:

$$a = 1, b = 3 \text{ et } c = 10 \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times 10 = -31.$$

Comme $\Delta < 0$, l'équation ne possède pas de solution réelle.

2) a) On cherche les racines du trinôme $4x^2 + 19x - 5$:

$$\text{Calcul du discriminant : } \Delta = 19^2 - 4 \times 4 \times (-5) = 441$$

$$\text{Les racines sont : } x_1 = \frac{-19 - \sqrt{441}}{2 \times 4} = -5 \text{ et } x_2 = \frac{-19 + \sqrt{441}}{2 \times 4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{On a donc : } 4x^2 + 19x - 5 = 4(x - (-5))(x - \frac{1}{4}) = (x + 5)(4x - 1)$$

b) On cherche les racines du trinôme $9x^2 - 6x + 1$:

$$\text{Calcul du discriminant : } \Delta = (-6)^2 - 4 \times 9 \times 1 = 0$$

$$\text{La racine (double) est : } x_0 = -\frac{-6}{2 \times 9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{On a donc : } 9x^2 - 6x + 1 = 9\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = (3x - 1)^2.$$

Exercice 04

- 1) a) Déterminer les fonctions f du second degré s'annulant en -3 et 5
 b) En déduire l'expression de f sous sa forme factorisée telle que $f(-1) = 3$.

2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $\frac{x-2}{2x^2-3x-2} - \frac{x^2}{2x^2+13x+6} = 0$

Solution

- 1) a) Si une fonction polynôme du second degré s'annule en -3 et 5 , cela signifie que -3 et 5 sont les racines du polynôme et donc f est sous la forme :

$$f(x) = a(x - (-3))(x - 5) = a(x + 3)(x - 5), \text{ avec } a \text{ réel non nul.}$$

b) On a : $f(-1) = 3$ donc $a(-1 + 3)(-1 - 5) = 3$
 $a \times 2 \times (-6) = 3$ donc $-12a = 3$

$$a = \frac{3}{-12} = -\frac{1}{4}$$

On en déduit l'expression de f sous sa forme factorisée :

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x + 3)(x - 5)$$

- 2) On commence par factoriser les expressions $2x^2 - 3x - 2$ et $2x^2 + 13x + 6$.

Le discriminant de $2x^2 - 3x - 2$ est $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$ et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{-1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{3+\sqrt{25}}{2 \times 2} = 2$$

On a donc : $2x^2 - 3x - 2 = 2 \left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 2) = (2x + 1)(x - 2)$.

Le discriminant de $2x^2 + 13x + 6$ est $\Delta' = 13^2 - 4 \times 2 \times 6 = 121$ et ses racines sont :

$$x_1' = \frac{-13-\sqrt{121}}{2 \times 2} = -6 \text{ et } x_2' = \frac{-13+\sqrt{121}}{2 \times 2} = \frac{-1}{2}$$

On a donc : $2x^2 + 13x + 6 = 2(x + 6) \left(x + \frac{1}{2}\right) = (x + 6)(2x + 1)$

- L'équation (E) s'écrit alors :

$$\frac{x-2}{(2x+1)(x-2)} - \frac{x^2}{(x+6)(2x+1)} = 0$$

Les valeurs $-6, \frac{-1}{2}$ et 2 annulent les dénominateurs.

On résout alors (E) sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-6; -\frac{1}{2}; 2\right\}$:

(E) s'écrit : $\frac{1}{2x+1} - \frac{x^2}{(x+6)(2x+1)} = 0$

$$\frac{x+6}{(2x+1)(x+6)} - \frac{x^2}{(x+6)(2x+1)} = 0$$

$$\frac{x+6-x^2}{(2x+1)(x+6)} = 0$$

$$x + 6 - x^2 = 0 \text{ car } x \neq -\frac{1}{2} \text{ et } x \neq -6.$$

Le discriminant de $-x^2 + x + 6$ est $\Delta'' = 1^2 - 4 \times (-1) \times 6 = 25$.

Les racines sont : $x_1'' = \frac{-1-\sqrt{25}}{2 \times (-1)} = 3$ et $x_2'' = \frac{-1+\sqrt{25}}{2 \times (-1)} = -2$

Les solutions de l'équation (E) sont : -2 et 3 .

Exercice 05

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation (I) : $x^2 - 4x + 3 \geq 0$
 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$
 3) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$

Solution

- 1) Le discriminant de $x^2 - 4x + 3$ est $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$ et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{4-\sqrt{4}}{2 \times 1} = 1 \text{ et } x_2 = \frac{4+\sqrt{4}}{2 \times 1} = 3$$

➤ On obtient le tableau de signes de $f(x) = x^2 - 4x + 3$:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$		+	-	+

➤ On déduit l'ensemble des solutions de (I) : $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

$$S =]-\infty; 1] \cup [3; +\infty[.$$

2) $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$ équivaut à $x^2 + 4x - 7 < 0$.

Le discriminant de $x^2 + 4x - 7$ est $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 44$ et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{44}}{2 \times 1} = -2 - \sqrt{11} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4 + \sqrt{44}}{2 \times 1} = -2 + \sqrt{11}$$

On obtient le tableau de signes de $f(x) = x^2 + 4x - 7$:

x	$-\infty$	$-2 - \sqrt{11}$	$-2 + \sqrt{11}$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$ est donc $]-2 - \sqrt{11}; -2 + \sqrt{11}[$.

Donc $S =]-2 - \sqrt{11}; -2 + \sqrt{11}[$

3) $\frac{1}{x^2 - x - 6} \geq 2$ équivaut à $\frac{1}{x^2 - x - 6} - 2 \geq 0$

Donc $\frac{1}{x^2 - x - 6} - \frac{2(x^2 - x - 6)}{x^2 - x - 6} \geq 0$; Donc $\frac{-2x^2 + 2x + 13}{x^2 - x - 6} \geq 0$

On commence par déterminer les racines du trinôme $x^2 - x - 6$:

Le discriminant est $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{25}}{2 \times 1} = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{25}}{2 \times 1} = 3$$

Les valeurs -2 et 3 annulent le dénominateur.

On résout donc l'équation dans $\mathbb{R} \setminus \{-2; 3\}$.

On détermine les racines du trinôme $-2x^2 + 2x + 13$:

Le discriminant est $\Delta' = 2^2 - 4 \times (-2) \times 13 = 108$ et ses racines sont

$$x_1' = \frac{-2 - \sqrt{108}}{2 \times (-2)} = \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad x_2' = \frac{-2 + \sqrt{108}}{2 \times (-2)} = \frac{1 - 3\sqrt{3}}{2}$$

- On obtient le tableau de signe :

x	$-\infty$	$\frac{1 - 3\sqrt{3}}{2}$	-2	3	$\frac{1 + 3\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$	
$-2x^2 + 2x + 13$	-	0	+	+	+	0	-
$x^2 - x - 6$	+	+	0	-	0	+	+
$\frac{-2x^2 + 2x + 13}{x^2 - x - 6}$	-	0	+	-	+	0	-

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{1}{x^2 - x - 6} \geq 2$ est :

$$S = \left[\frac{1 - 3\sqrt{3}}{2}; -2 \right[\cup] 3; \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2}]$$

Exercice 06

1) Considérons l'équation : (E) : $(x; y) \in \mathbb{R}^2 ; 2x + 5y = 10$

a) Vérifier que le couple (0 ; 2) est solution de l'équation (E)

b) Est-ce que le couple (2 ; 0) est solution de l'équation (E)

c) Résoudre dans \mathbb{R}^2 l'équation (E)

2) Considérons dans le plan (D) l'ensemble des point $M(x; y)$ tel que ; $2x + 5y = 10$

Tracer l'ensemble (D) dans un repère orthonormé

Noté sur la figure le demi plan (P_1) de bord la droite (D) qui contient le point $O(0; 0)$ et l'autre demi plan sera noté (P_2)

3) Considérons l'inéquation : (I) : $(x; y) \in \mathbb{R}^2 ; 2x + 5y \leq 10$

a) Prendre plusieurs points quelconque de (P_1) puis vérifier si leurs coordonnées $(x; y)$ vérifie l'inéquation : (I)

b) Prendre plusieurs points quelconque de (P_2) puis vérifier si leurs coordonnées $(x; y)$ vérifie l'inéquation : (I)

c) Résoudre graphiquement l'inéquation (I)

Solution :

1) **Considérons l'équation : (E) : $(x ; y) \in \mathbb{R}^2 ; 2x + 5y = 10$**

a) Pour $x=0$ et $y=2$ l'équation est vérifiée donc le couple $(0 ; 2)$ est solution de l'équation

b) Par exemple le couple $(2 ; 0)$ n'est pas une solution de (E)

c) Pour trouver tous les couples qui vérifie (E) on cherche x en fonction de y ou bien y en fonction de x

Donc le couple $(x ; y)$ est solution de (E) revient à dire que

$$x = \frac{10-5y}{2} \text{ et } y \in \mathbb{R}$$

Donc l'ensemble des solutions de (E) est $S = \left\{ \left(\frac{10-5y}{2} ; y \right) ; y \in \mathbb{R} \right\}$

2) **Considérons dans le plan l'ensemble des point $M(x ; y)$ tel que ; $2x + 5y = 10$**

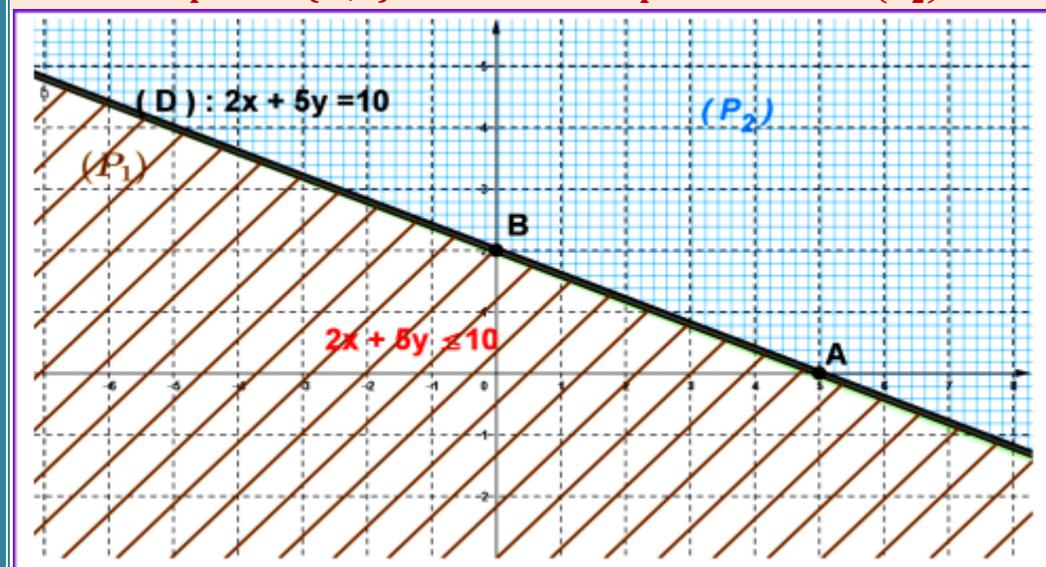
Donc l'ensemble est la droite (D) d'équation cartésienne

$$2x + 5y = 10$$

Pour tracer la droite (D) on cherche deux points A et B de (D)

Par exemple $A(5 ; 0)$ et $B(0 ; 2)$ appartient à (D)

Noté sur la figure le demi plan (P_1) de bord la droite (D) qui contient le point $O(0 ; 0)$ et l'autre demi plan sera noté (P_2)



3) **Considérons l'inéquation : (I) : $(x ; y) \in \mathbb{R}^2 ; 2x + 5y \leq 10$**

a) **Prendre plusieurs points quelconque de (P_1) puis vérifier si leurs coordonnées $(x ; y)$ vérifie l'inéquation : (I)**

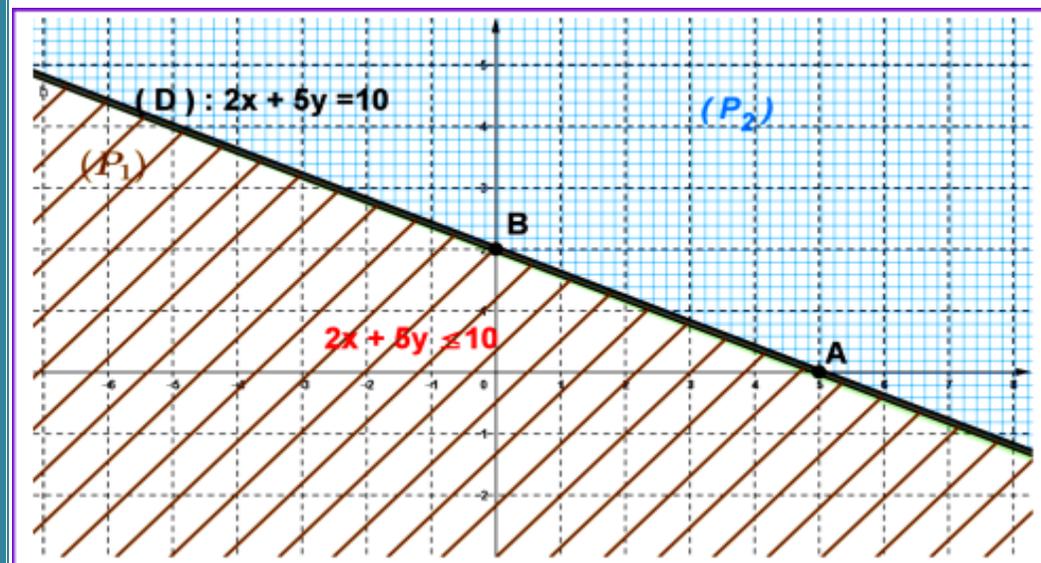
Par exemple les points $O ; A ; B$ et $C(1 ; 1)$ de demi plan (P_1) leurs coordonnées vérifie l'inéquation : (I)

b) **Prendre plusieurs points quelconque de (P_2) puis vérifier si leurs coordonnées $(x ; y)$ vérifie l'inéquation : (I)**

Par exemple les points $D(0 ; 3) ; E(3 ; 3)$ et $F(4 ; 10)$ de demi plan (P_2) leurs coordonnées ne vérifie pas l'inéquation : (I)

c) **Résoudre graphiquement l'inéquation (I)**

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation (I) est le demi plan (P_1) fermé c'est-dire qui contient la droite (D) (Voir la figure)



Exercice 07

1) Résoudre le système d'équations par la méthode de

$$\text{substitution } \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$$

2) Résoudre les systèmes d'équations par la méthode des

$$\text{combinaisons linéaires : } \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

3) Résoudre les systèmes par la méthode des déterminants :

$$(S_1): \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \quad (S_2): \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 6x + 4y = 1 \end{cases} \quad (S_3): \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = -2 \end{cases}$$

Solution

$$1) \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

On isole facilement l'inconnue x dans la 2^e équation.

$$\begin{cases} 3(14 + 4y) + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

On remplace x par $14 + 4y$ dans la 1^{re} équation (substitution).

$$\begin{cases} 42 + 12y + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14y = -42 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{42}{14} = -3 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = 14 + 4 \times (-3) \end{cases}$$

On remplace y par -3 dans la 2^e équation.

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

La solution du système est le couple $(2 ; -3)$ et on note :

$$S = \{(2 ; -3)\}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \quad \times 2 \quad \text{On multiplie la 1^{re} équation par 2...}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = 22 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

... pour obtenir le même coefficient devant une des inconnues.

$$\begin{cases} 6x - 4y = 22 \\ -6x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$6x - 6x - 4y - 3y = 22 - 15$$

$$-4y - 3y = 22 - 15$$

$$-7y = 7$$

$$y = \frac{7}{-7}$$

$$y = -1$$

On remplace y par -1 dans une des deux équations (au choix).Par exemple dans $3x - 2y = 11$

$$3x - 2 \times (-1) = 11$$

$$3x + 2 = 11$$

$$3x = 11 - 2$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

La solution du système est le couple $(3 ; -1)$ et on note :

$$S = \{(3 ; -1)\}$$

$$3) (S_1): \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} = 9 + 12 = 21$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 11 & -2 \\ 15 & 3 \end{vmatrix} = 33 + 30 = 63$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 11 \\ 6 & 15 \end{vmatrix} = 45 - 66 = -21$$

On a $\Delta \neq 0$ donc $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{63}{21} = 3$ et $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-21}{21} = -1$

Donc l'ensemble des solutions de (S) est $S = \{(3; -1)\}$

$$(S_2): \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 6x + 4y = 1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 2 = 2$$

On a $\Delta = 0$ et $\Delta_x \neq 0$

Donc l'ensemble des solutions de (S) est $S = \phi$

$$(S_3): \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = -2 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{vmatrix} = -6 + 6 = 0$$

Donc $\Delta = 0$ et $\Delta_x = 0$ et $\Delta_y = 0$, donc le système est équivalent à

l'équation $3x - 2y = 1$ donc $x = \frac{1+2y}{3}$,

donc $S = \{(x; y): x = \frac{1+2y}{3}\}$