I. Les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$ *et* $\mathbb{R}$:

1) Nombres entiers naturels

Définition : Un nombre entier naturel est un nombre entier qui est positif.
L'ensemble des nombres entiers naturels est noté $\mathbb{N}$.

$\mathbb{N} = \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ \ldots\}$.

Exemples :

$4 \in \mathbb{N}$ (4 appartient à l'ensemble des entiers naturels)

$-2 \notin \mathbb{N}$ (-2 n'appartient pas à l'ensemble des entiers naturels)

2) Nombres entiers relatifs

Définition : Un nombre entier relatif est un nombre entier qui est positif ou négatif.
L'ensemble des nombres entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.
$\mathbb{Z} = \{\ldots\ ;-3\ ;\ -2\ ;\ -1\ ;\ 0\ ;1\ ;2\ ;3\ ;\ \ldots\}$.

Exemples : $-2 \in \mathbb{Z}$ $\quad 5 \in \mathbb{Z}$ $\quad 0,33 \notin \mathbb{Z}$

3) Nombres décimaux

Définition : Tout nombre qui s'écrit sous la forme $\frac{a}{10^n}$ *ou* $a \in \mathbb{Z}$ *et* $n \in \mathbb{N}$ s'appelle nombre décimal relatif.

L'ensemble des nombres décimaux relatifs est noté $\mathbb{D}$ tel que :

$$\mathbb{D} = \left\{\frac{a}{10^n} / a \in \mathbb{Z} \text{ et } n \in \mathbb{N}\right\}$$

Un nombre décimal est un nombre qui s'écrit avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

Exemples : $0,56 \in \mathbb{D}$ $\quad 3 \in \mathbb{D}$

$\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ car $\frac{1}{3} \approx 0,3333\ldots$ $\quad \frac{3}{4} \in \mathbb{D}$ car $\frac{3}{4} = 0,75 = \frac{75}{10^2}$

Remarque :

Un nombre décimal peut toujours s'écrire sous la forme de la fraction d'un entier et d'une puissance de 10.

Par exemple : $2,36 = \frac{236}{100} = \frac{236}{10^2}$

4) Nombres rationnels

Définition : Un nombre rationnel est une fraction (*).
L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$

(*) Une fraction s'écrit sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a un entier et b un entier non nul.

$$\text{On a ; } \mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{Z}^*\right\}$$

Exemples : $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$; $4 \in \mathbb{Q}$; $-4,8 \in \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Exercice 01

Démontrer que le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal

Solution de l'exercice 01

Démontrons que le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.

En supposant que $\frac{1}{3}$ est décimal.

Si notre démonstration aboutit à une absurdité, cela prouvera que notre hypothèse de départ est fausse.

Supposons donc que $\frac{1}{3}$ est décimal.

Alors il peut s'écrire sous la forme de la fraction d'un entier et d'une puissance de 10.

Soit $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^p}$ avec a entier et p entier naturel.

Donc $10^p = 3a$ et donc 10^p est divisible par 3.

Un nombre est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Or, ceci est impossible car la somme des chiffres de 10^p est 1, et 1 n'est pas divisible par 3.

Donc l'hypothèse posée au départ est fausse et donc $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal

5) Nombres irrationnels

Définition : Un nombre irrationnel est un nombre qui ne peut pas s'écrire à l'aide d'une fraction.

Exemples :

$\sqrt{2}, \sqrt{3}$ ou encore π sont des nombres irrationnels.
Ils ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'une fraction.

Remarque :

Il n'est pas possible d'écrire un nombre irrationnel sous forme décimale. Les décimales qui le constituent sont en nombre infini et se suivent sans suite logique.

6) Nombres réels

Définition : Un nombre réel est un nombre rationnel ou irrationnel.
L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.

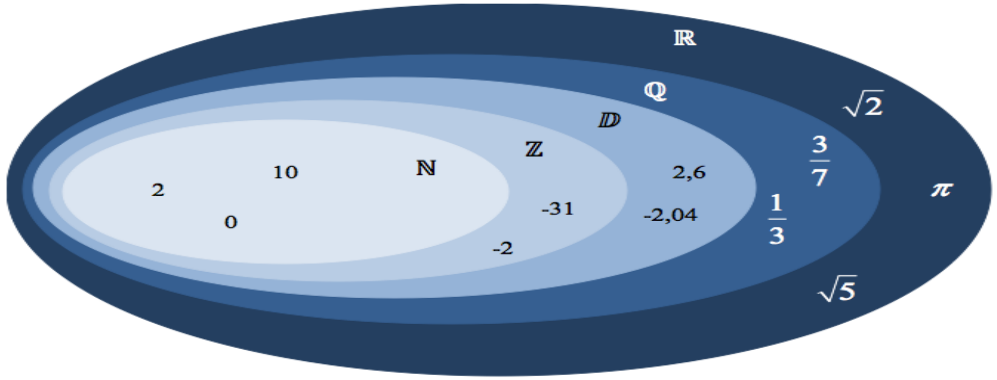
Exemples :

$2, -5, 0.67, \frac{1}{3}, \sqrt{3}$ ou π appartiennent à $\mathbb{R}$.

Remarques :

- On note $\mathbb{R}^*$ l'ensemble des nombres réels non nuls et on écrit : $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$.
- On note $\mathbb{R}^-$ l'ensemble des nombres réels négatifs.
- On note $\mathbb{R}^+$ l'ensemble des nombres réels positifs.
- $\mathbb{R}$ est l'ensemble de tous les nombres que nous utilisons dans la suite
- Si un nombre appartient à $\mathbb{N}$, alors il appartient à $\mathbb{Z}$.

Par exemple : $5 \in \mathbb{N}$ donc $5 \in \mathbb{Z}$.
On dit que l'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{Z}$. On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.
On a également les inclusions suivantes : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



Exercice 02

Quel est le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants ?

1) $-\frac{1}{4}$; 2) $\frac{2}{6}$; 3) $1,333$; 4) $\sqrt{36}$; 5) $\sqrt{6}$; 6) $\frac{-3(\sqrt{2})^2}{12}$

Solution de l'exercice 02

1) $-\frac{1}{4} = -0,25 = -\frac{25}{10^2}$;donc $-\frac{1}{4} = \in \mathbb{D}$

2) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,3333\ldots$

Donc $\frac{2}{6} \in \mathbb{Q}$ car $\frac{2}{6}$ s'écrit uniquement sous forme d'une fraction et ne peut pas s'écrire sous forme décimale.

3) $1,333 = \frac{1333}{10^3} \in \mathbb{D}$ car le nombre de décimales après la virgule est en nombre fini.

4) $\sqrt{36} = 6$; donc $\sqrt{36} \in \mathbb{N}$ car 6 est un nombre entier positif.

5) $\sqrt{6} \approx 2,4495\ldots$

Donc $\sqrt{6} \in \mathbb{R}$ car c'est un nombre irrationnel.

6) $$\frac{-3(\sqrt{2})^2}{12} = \frac{-3 \times 2}{12} = \frac{-6}{12} = -0,5 = -\frac{5}{10}$$

Donc $\frac{-3(\sqrt{2})^2}{12} \in \mathbb{D}$ car le nombre de décimales après la virgule est en nombre fini.

Exercice 03

Compléter par : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$:

$5 \dots\dots \mathbb{D}$; $-7 \dots\dots \mathbb{D}$; $\mathbb{N} \dots\dots \mathbb{R}$

$\mathbb{Z}^- \dots\dots \mathbb{Z}$; $\sqrt{3} \dots\dots \mathbb{Q}$; $-17 \dots\dots \mathbb{Z}^-$

$\frac{12}{2} \dots\dots \mathbb{N}$; $\mathbb{R} \dots\dots \mathbb{Q}$; $\sqrt{-\frac{12}{3}} \dots\dots . \mathbb{Z}$

Solution de l'exercice 03

Compléter par : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$:

$5 \in \mathbb{D}$; $-7 \in \mathbb{D}$; $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$

$\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$; $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$; $-17 \in \mathbb{Z}^-$

$\frac{12}{2} = 6 \notin \mathbb{N}$; $\mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q}$; $-\sqrt{\frac{12}{3}} = -4 \in \mathbb{Z}$

II. Propriétés et des opérations dans l'ensemble $\mathbb{R}$:

Propriétés :

Pour tous nombres a, b, c et d :

• $a + b = b + a$ • $a + (b + c) = (a + b) + c$ • $a + 0 = 0 + a = a$ • $(-a) + a = a + (-a) = 0$	• $a \times b = b \times a$ • $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ • $a \times 1 = 1 \times a$ $a \times (b + c) = (a \times b) + (ac)$
Si $b \neq 0$ et $d \neq 0$ alors : • $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ • $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$	Si $a \neq 0$, $b \neq 0, c \neq 0$ et $d \neq 0$ alors : • $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ • $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

- $a + b = c$ *est equivalent* à $a = c - b$.
- $(b \neq 0\,; ab = c)$ *est equivalent* à $a = \frac{c}{b}$.
- $ab = 0$ *est equivalent* à $(a = 0$ *ou* $b = 0)$.
- $(ac = bc$ *et* $c \neq 0)$ *est equivalent* à $a = b$.
- $(b \neq 0\,; \frac{a}{b} = c)$ *est equivalent* à $a = bc$.

$\left(b \neq 0 \text{ et } d \neq 0\,; \frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ *est equivalent* à $ad = bc$.

Exercice 04

1) Soit x un réel strictement positif

Montrer que : $\dfrac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} + \dfrac{1 - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \dfrac{x^2}{x + 1}$

2) x et y deux réels tels que non nuls et $x + y \neq 0$ et $x - y \neq 0$, montrer que

$$\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} - \frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{y^2 + x^2}{y^2 - x^2}$$

Solution de l'exercice 04

$$A = \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x}} + \frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{1}{x} \times \frac{x}{x + 1} + \frac{x - 1}{x} \times \frac{x}{1}$$

$$= \frac{1}{x + 1} + x - 1$$

$$= \frac{1 + (x - 1)(x + 1)}{x + 1}$$

$$= \frac{1 + x^2 - 1}{x + 1} = \frac{x^2}{x + 1}$$

$$B = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}} - \frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{y-x}{xy}} - \frac{\frac{1}{y}}{\frac{y+x}{xy}}$$

$$= \frac{1}{x}\times\frac{xy}{y-x} - \frac{1}{y}\times\frac{xy}{y+x} = \frac{y}{y-x} - \frac{x}{y+x}$$

$$= \frac{y}{y-x} - \frac{x}{y+x} = \frac{y(y+x)-x(y-x)}{(y-x)(y+x)}$$

$$= \frac{y^2+yx-xy+x^2}{y^2-x^2} = \frac{y^2+x^2}{y^2-x^2}$$

III) Racines carrés :

Définition :

Soit a un nombre réel positif.
On appelle racine carrée de a, le nombre réel positif b tel que : b^2
note $b=\sqrt{a}$.

Exemples :

- 2 est racine carrée de 4, $\sqrt{4}=2$.
- 7 est racine carrée de 49, $\sqrt{49}=7$.

Remarque :

Un nombre négatif n'admet pas de racine carrée. L'écriture $\sqrt{x}$ n'a pas de sens que si $x\geq 0$.

Propriété :

Pour tous nombres réels positifs a et b :

- $\sqrt{a}^2 = \sqrt{a^2} = a$
- $\sqrt{a}^n = \sqrt{a^n}; n\in\mathbb{N}$
- $\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- Si $a>0$ et $b>0$ alors :

$$\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \quad et \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Remarque :

- Si $a\leq 0$ alors $\sqrt{a^2}=-a$.
- $(b^2=a$ et $a\geq 0)$ est equivalent à $(b=\sqrt{a}$ ou $b=-\sqrt{a})$
- En général : $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

Exemple :

On a : $\sqrt{(-5)^2} = -(-5) = 5$

VI) Identités remarquables développement et factorisation :

Propriété :

Pour tous nombres réels a et b on a :

$$\left.\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2+2ab+b^2\\ (a-b)^2 &= a^2-2ab+b^2\\ a^2-b^2 &= (a-b)(a+b)\end{aligned}\right\}\textit{les identités remarquables}$$

Pour tous a, b, c et d de $\mathbb{R}$.

(Développement)

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

(Factorisation)

Propriété :

Pour tous nombres réels a et b on a :

$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

$$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

Exemples :

$$\left(x+\sqrt{2}\right)^3 = x^3+3x^2\sqrt{2}+3x\sqrt{2}^2+\sqrt{2}^3$$
$$= x^3+3\sqrt{2}x^2+6x+2\sqrt{2}$$
$$27-8x^3 = 3^3-(2x)^3$$
$$= (3-2x)(3^2+3\times(2x)+(2x)^2)$$
$$= (3-2x)(4x^2+6x+9)$$

Exercice 05

1) Calculer et simplifier les nombres suivants :

$A = (2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})$

$B = (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$

$C = \sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\times\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

2) Soit $x\in\mathbb{R}$

Développer les expressions suivantes

$A = (2x-3)^2+(x+2)^2$

$B = (x-2)(x^2+4x+4)$

3) $C = (x+2)^3-x(x-1)^2$ Soit $x\in\mathbb{R}$

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 27x^3+8$

$B = 8x^3-1$

$C = 27-x^3-(x-3)(x-2)+2(3-x)^2$

Solution de l'exercice 05

2) Calculer et simplifier les nombres suivants :

$A = (2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})$

$= (2\sqrt{3})^2-\sqrt{5}^2$

$= (2)^2(\sqrt{3})^2-5$

$= 4\times3-5 \quad = 12-5 \ = 7$

$B = (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$

$= \sqrt{3}^2+2\sqrt{3}\sqrt{5}+\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2+2\sqrt{3}\sqrt{5}-\sqrt{5}^2$

$= 2\sqrt{3}\sqrt{5}+2\sqrt{3}\sqrt{5} = 4\sqrt{3}\sqrt{5} = 4\sqrt{15}$

$C = \sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\times\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

$= \sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})} \ = \sqrt{\sqrt{7}^2-\sqrt{3}^2} = \sqrt{7-3} \ = \sqrt{4} \ = 2$

1) Soit $x\in\mathbb{R}$

Développer les expressions suivantes

$A = (2x-3)^2+(x+2)^2$

$= 4x^2-12x+9+x^2+4x+4 \ = 5x^2-8x+13$

$B = (x-2)(x^2+4x+4)$

$= x^3+4x^2+4x-2x^2-8x-8$

$= x^3+2x^2-4x-8$

$C = (x+2)^3-x(x-1)^2$

$= x^3+3\times4x^2+3\times2x+4-x(x^2-2x+1)$

$= x^3+12x^2+6x+4-x^3+2x^2-x$

$= 14x^2+5x-4$

2)Factoriser les expressions suivantes :

$A = 27x^3+8$

$= (3x)^3+2^3 \quad = (3x+2)((3x)^2-3x\times2+2^2)$

$= (3x+2)(9x^2-6x+4)$

$B = 8x^3-1 \ = (2x)^3-1^3 \ = (2x-1)((2x)^2+2x\times1+1)$

$= (2x-1)(4x^2+2x+1)$

$C = 27-x^3-(x-3)(x-2)+2(3-x)^2$

$= (3-x)[(9+3x+x^2)+(x-2)+2(3-x)]$

$= (3-x)[9+3x+x^2+x-2+6-2x]$

$= (3-x)[x^2+2x+13]$

Exercice 06

On pose $A=\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{4+\sqrt{7}}$

et $B=\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}$

1) a) Déterminer le singe de A

b) Montrer que $A=-\sqrt{2}$

2) Simplifier B

3) On pose : $a=\sqrt{4-\sqrt{7}}$ *et* $b=\sqrt{4+\sqrt{7}}$

En déduire que $a=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2}$ *et* $b=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2}$

Solution de l'exercice 06

1)a) On a : $4-\sqrt{7}<4+\sqrt{7}$

Donc : $\sqrt{4-\sqrt{7}}<\sqrt{4+\sqrt{7}}$

Donc : $\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{4+\sqrt{7}}<0$

Donc : $A<0$

2ème méthode : (Conjuguée)

$$\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{4+\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{4+\sqrt{7}})(\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}})}{\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}}$$

$$A=\frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}^2-\sqrt{4+\sqrt{7}}^2}{\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}}$$

$$=\frac{4-\sqrt{7}-4-\sqrt{7}}{\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}}=\frac{-2\sqrt{7}}{\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}}<0$$

b) Montrer que $A=-\sqrt{2}$

$$A^2=\left(\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{4+\sqrt{7}}\right)^2$$

$$=4-\sqrt{7}-2\sqrt{4-\sqrt{7}}\sqrt{4+\sqrt{7}}+4+\sqrt{7}$$

$$=8-2\sqrt{(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})}=8-2\sqrt{16-7}=8-2\sqrt{9}=2$$

Donc $A^2=2$ *donc* $A=\sqrt{2}$ *ou* $A=-\sqrt{2}$

et comme $A<0$ alors $A=-\sqrt{2}$

1) Simplifier B

$$B^2=\left(\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}\right)^2$$

$$=4-\sqrt{7}+2\sqrt{4-\sqrt{7}}\sqrt{4+\sqrt{7}}+4+\sqrt{7}$$

$$=8+2\sqrt{(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})}$$

$$=8+2\sqrt{16-7}$$

$$=8+2\sqrt{9}=8+6=14$$

Donc $B^2=14$ *donc* $B=\sqrt{14}$ *ou* $B=-\sqrt{14}$

et comme $B>0$ alors $B=\sqrt{14}$

3)En déduire une écriture simplifier de

$$a=\sqrt{4-\sqrt{7}}\ \ et\ \ b=\sqrt{4+\sqrt{7}}$$

On a : $a+b=A$ *et* $a-b=B$

Donc: $a+b=\sqrt{14}$ *et* $a-b=-\sqrt{2}$

Doncc: $2a=\sqrt{14}-\sqrt{2}$; (L_1+L_2)

Donc $a=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2}$ *Et on a* : $a+b=\sqrt{14}$

Donc : $\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2}+b=\sqrt{14}$

onc : $b=\sqrt{14}-\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2}$

Donc : $b=\frac{2\sqrt{14}-\sqrt{14}+\sqrt{2}}{2}$

Donc : $b=\frac{\sqrt{14}+\sqrt{2}}{2}$

IV) Puissance d'un nombre réel :

Définition :

Soit a un nombre réel non nul et n un entier naturel.

On pose : $a^1 = a$; $a^0 = 1$.

On note a^n le produit de n facteurs tous égaux à a.

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \ \ (n - fois)$$

On note a^{-n} l'inverse de a^n ; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

On lit le nombre a^n « a puissance n » ou « a exposant n »

Propriété :

Pour tous nombres réel non nuls a et b, et pour tous nombres ent relatifs n et m, on a :

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n\times m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Exemples :

$$2^6 \times 5^6 = (2\times 5)^6 = 10^6 \quad .; \quad \frac{\sqrt{2}^8}{\sqrt{2}^6} = \sqrt{2}^2 = 2$$

1. Puissance du nombre 10 :

Définition :

Soit n un entier naturel.

$$10^n = \underbrace{1000\dots0}_{n\ zéro} \quad et \quad 10^{-n} = \underbrace{0,000\dots01}_{n\ zéro}$$

Exemples :

$$10^4 = 1000 \quad ; \quad 10^{-4} = 0,0001$$

Ecriture scientifique d'un nombre réel :

Propriété :

Tout nombre décimal positif b s'écrit sous la forme : $b = a \times 10^n$ $\mathbb{Z}$ et $1 \le a < 10$.

Cette écriture s'appelle l'écriture scientifique du nombre décima

Exemples :

- L'écriture scientifique de 45666 et $4,5666 \times 10^4$.
- L'écriture scientifique de $0,000089$ et $8,9 \times 10^{-5}$.

Conséquence :

Tout nombre décimal négatif b s'écrit sous la forme $b = -a \times 10^n$ où $n \in \mathbb{Z}$ et $1 \le a < 10$.

Exemples :

$$-0,0000035 = -3,5 \times 10^{-6}$$
$$-73385 = -7,3385 \times 10^4$$

Exercice 07

Simplifier les expressions suivantes :

$$X = \frac{a^{16}}{a^{10}} \times \left(\frac{a^3}{a^2}\right)^2 \times \left(\frac{a^2}{a^4}\right)^4 \ ; \ Y = \frac{a^{-3} \times b \times (a^2 b^{-2})^4 \times a^5}{a^5 \times b^{-2} \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-3}}$$

Solution de l'exercice 03

$$X = \frac{a^{16}}{a^{10}} \times \left(\frac{a^3}{a^2}\right)^2 \times \left(\frac{a^2}{a^4}\right)^4 = a^{16-10} \times (a^{3-2})^2 \times \left(\frac{1}{a^2}\right)^4$$

$$X = a^6 \times a^2 \times \frac{1}{a^8} = a^8 \times \frac{1}{a^8} = 1$$

$$Y = \frac{a^{-3} \times b \times (a^2 b^{-2})^4 \times a^5}{a^5 \times b^{-2} \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-3}} = \frac{a^{-3} \times (a^2)^4 \times a^5 \times b \times (b^{-2})^4}{a^5 \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-2} \times b^{-3}}$$

$$= \frac{a^{-3} \times a^8 \times a^5 \times b \times b^{-8}}{a^5 \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-2} \times b^{-3}} = \frac{a^{-3+8+5} \times b^{1-8}}{a^{5-1+2} \times b^{-2-3}} = \frac{a^{10} \times b^{-7}}{a^6 \times b^{-5}}$$

$$= \frac{a^{10} \times b^5}{a^6 \times b^7} = a^{10-6} \times b^{5-7} = a^4 b^{-2} = \frac{a^4}{b^2}$$