Formation Agadir	Devoir : 01 (C)	WWW.FORMATIONAGADIR.COM
Mathématique	1heurs et 50 min	TRONC COMMUN SCIENCES

NB : Il sera tenu compte la rédaction des réponses

Barème	
	Exercice 01 :
(6pt)	On pose que $a = 2160$ et $b = 4860$.
1.5	1) Décomposer en produit de facteurs premiers les deux nombres a et b .
1.5	2) En déduire $pgcd(a;b)$ et $ppcm(a;b)$.
1	3) Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers : $a^3 \times b^2$.
1	4) Montrer que $\sqrt{a \times b}$ est un entier naturel.
1	5) Écrire le nombre $\frac{a}{b}$ sous forme de fraction irréductible .
	Exercice 02 :
(6pt)	On pose $a = 6n + 11$ et $b = 2n + 4$; $n \in \mathbb{N}$
2	1) Étudier la parité des nombres a et b.
1	2) En déduire la parité de nombre : $c = (6n + 11)(-1)^b + (2n + 3)(-1)^a$
1.5	3) Montrer que le nombre $(a + 1)^2 + b^2$ est un multiple de 40 .
1.5	4)Déterminer les valeurs de l'entier naturels n pour lesquelles : $\frac{n+7}{n+1} \in \mathbb{N}$
(4pt)	**Exercice 03 :**
	ABCD est un parallélogramme du plan
1	1) Construire les points E et F tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -2\overrightarrow{DA}$
1+1	2) Montrer que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$
1	3) En déduire que E ; F et C sont alignés
(3pt)	**Exercice 04 :**
	ABC est un triangle
	Le point E tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$
1	1) Construire le point E' le projeté de E sur la droite (AC) parallèlement à (BC)
1	2) Montrer que : $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
1	3) En déduire que les droites (EE') et (BC) sont parallèles

NB : Il sera tenu compte la rédaction des réponses

Barème	Solution de l'exercice 01 :

1) Décomposer $a = 2160$ et $b = 4860$.

2160	2	;	4860	2
1080	2	;	2430	2
540	2	;	1215	3
270	2	;	405	3
135	3	;	135	3
45	3	;	45	3
15	3	;	15	3
5	5	;	5	3
1		;	1	5

Donc : $a = 2^4 \times 3^3 \times 5$ et $b = 2^2 \times 3^5 \times 5$

2) En déduire $pgcd(a;b)$ et $ppcm(a;b)$.

$a = 2^4 \times 3^3 \times 5$ et $b = 2^2 \times 3^5 \times 5$

$pgcd(a;b) = 2^2 \times 3^3 \times 5$

$ppcm(a;b) = 2^4 \times\times 3^5 \times 5$

3) la décomposition de $a^3 \times b^2$

$a^3 \times b^2 = (2^4 \times 3^3 \times 5)^3 \times (2^2 \times 3^5 \times 5)^2$

$= 2^{12} \times 3^9 \times 5^3 \times 2^4 \times 3^{10} \times 5^2$

$= 2^{16} \times 3^{19} \times 5^5$

4) Montrer que $\sqrt{a \times b}$ est un entier

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{2^4 \times 3^3 \times 5 \times 2^2 \times 3^5 \times 5}$

$= \sqrt{2^6 \times 3^8 \times 5^2}$

$= \sqrt{(2^3)^2 \times (3^4)^2 \times 5^2}$

$= 2^3 \times 3^4 \times 5$

Donc $\sqrt{a \times b}$ est un entier naturel

5) Écrire le nombre $\frac{a}{b}$ sous forme de fraction irréductible .

$\frac{a}{b} = \frac{2^4 \times 3^3 \times 5}{2^2 \times 3^5 \times 5}$

$= \frac{2^2 \times 2^2 \times 3^3 \times 5}{2^2 \times 3^3 \times 3^2 \times 5}$

$= \frac{2^2}{3^2}$

Solution de l'exercice 02 :

On pose $a = 6n + 11$ et $b = 2n + 4$; $n \in \mathbb{N}$

1) Étudier la parité des nombres a et b.

$a = 6n + 11$

$= 6n + 10 + 1$

$= 2(3n+5)+1$

Barème

$= 2k+1 \;\; avec\; k = 3n+5$

Donc a est un entier impair

$b = 2n+4$

$= 2(n+2)$

$= 2k' \quad avec\; k' = n+2$

Donc b est un entier pair

2) En déduire la parité de nombre :

$c = (6n+11)(-1)^b + (2n+3)(-1)^a$

On a b est un entier pair donc : $(-1)^b = 1$

Et a est impair donc $(-1)^a = -1$

Donc on remplace dans c on trouve que :

$c = (6n+11)(-1)^b + (2n+3)(-1)^a$

$= 6n+11-(2n+3)$

$= 6n+11-2n-3 = 4n+8$

$= 2(n+4)$

$= 2p \;\; avec \;\; p = n+4$

Donc le nombre c est pair

3) Montrer que le nombre $(a+1)^2+b^2$ est un multiple de 40 .

$$\begin{aligned}(a+1)^2+b^2 &= (6n+11\;+1)^2+(2n+4)^2\\ &= (6n+12)^2+(2n+4)^2\\ &= (6(n+2))^2+(2(n+2))^2\\ &= 36(n+2)^2+4(n+2)^2\\ &= 40(n+2)^2\\ &= 40\,p'\;;avec\; p' = (n+2)^2\end{aligned}$$

Donc le nombre $(a+1)^2+b^2$ est un multiple de 40 .

Soit n un entier naturel

4) $\dfrac{n+7}{n+1} = \dfrac{n+1+6}{n+1} = \dfrac{n+1}{n+1}+\dfrac{6}{n+1} \quad = 1+\dfrac{6}{n+1}$

$\frac{n+7}{n+1} \in \mathbb{N}$ c-à-dire $1+\frac{6}{n+1} \in \mathbb{N}$ c-à-dire $\frac{6}{n+1} \in \mathbb{N}$

c-à-dire 6 est divisible par n+1

Et on a les diviseurs de 6 sont 1 ;2 ;3 ;6

Donc $n+1 = 1$; c-à-dire n = 0

Ou bien: $n+1 = 2$; c-à-dire n = 1

Ou bien: $n+1 = 3$; c-à-dire n = 2

Ou bien: $n+1 = 6$; c-à-dire n = 5

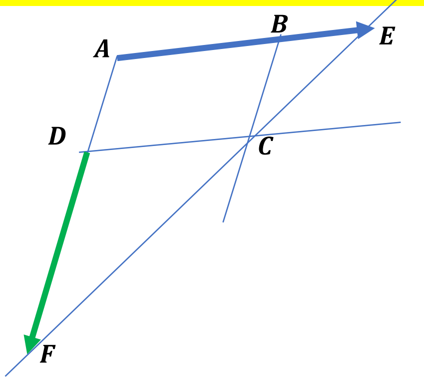
Donc les valeurs de l'entier naturels n pour lesquelles : $\frac{n+7}{n+1} \in \mathbb{N}$ sont : 0 ;1 ; 2 ;5

NB : Il sera tenu compte la rédaction des réponses

Barème

Solution de l'exercice 03

1)



2) $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE}$

$= \overrightarrow{CA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$= (-1 + \frac{3}{2})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

Montrons que $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$:

$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DE} \quad = 2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$

$= 3\overrightarrow{DA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

3)En déduire que E ; F et C sont alignés

<u>1ère méthode :</u>

On a $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD} \quad = 3\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right) = 3\overrightarrow{CE}$

Donc les points E ; F et C sont alignés

<u>2ème méthode :</u>

On a $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ **et** $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

Donc $2\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$ **et** $2\overrightarrow{FE} = 3\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AD}$

Donc $6\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AD}$ **et** $2\overrightarrow{FE} = 3\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AD}$

Donc $6\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{FE}$

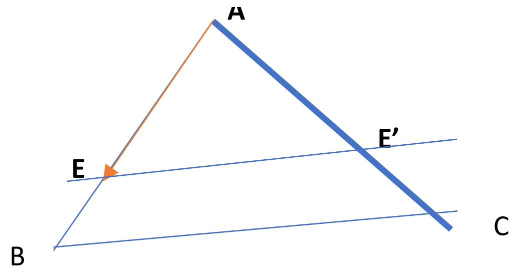
Donc $\overrightarrow{CE} = \frac{2}{6}\overrightarrow{FE}$; Donc les points E ; F et C sont alignés

Formation Agadir	Correction du devoir 01 (C)	WWW.FORMATIONAGADIR.COM
Page : 04		TCS F

NB : Il sera tenu compte la rédaction des réponses

Barème	Solution de l'exercice 04

1)



2) Montrer que : $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Soit P la projection sur la droite (AC) parallèlement à (BC)

On a : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Et $P(A) = A$; $P(E) = E'$ et $P(B) = C$

Donc $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Car la projection conserve l'alignement de trois points

3) En déduire que les droites (EE') et (BC) sont parallèles

$\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AE'}$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

Donc $\overrightarrow{EE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

Donc $\overrightarrow{EE'}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

Donc les droites (EE') et (BC) sont parallèles