

NB : Il sera tenu compte la rédaction des réponses**Barème** **Exercice 1 :** **6 points)**On pose $X = 5^{n+2} - 5^n$ et $Y = 3 \times (5)^{n+1} + 7 \times (5)^n$ avec $n \in \mathbb{N}$

- 1.5 1) Montrer que X est un multiple de 3
- 1.5 2) Montrer que 11 divise Y
- 1.5 3) Décomposer les nombres X et Y en produit de facteurs premiers
- 1.5 4) En déduire $pgcd(X, Y)$ et $ppcm(X, Y)$ en fonction de n .

(6pt) **Exercice 2 :** **6 points)**Soient les nombres $a = n^2 + n + 13$ et $b = 9n^2 + 27n + 20$ avec $n \in \mathbb{N}$.

- 1.5 1) Montrer que a est un nombre impair .
- 1 2) a- Vérifier que $b = (3n + 4)(3n + 5)$
- 0.5 b- En déduire que b est un nombre pair .
- 1.5 3) Montrer que $(a + 1) b^2$ est un multiple de 8.
- 1.5 4) Déterminer tous les entiers naturels $(x ; y)$ tel que : $(x - y)(x + y) = 15$

(8pt) **Exercice 3 :** **(8 points)**Soit ABC un triangle , et A' le milieu du segment $[BC]$ et soient D et E des points du plant tels que : $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$.

- 1 1) Construire un figure
- 1 2) Montrer que : $\overrightarrow{AA'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$
- 1 3) Soit I le milieu de segment $[DE]$
- a) Montrer que $\overrightarrow{ED} = -\frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$
- 1 b) Déduire que les droites (BC) et (ED) sont parallèles
- 1 c) Montrer que $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$ (Tu peux utiliser la question 3)a)
- 1 d) En déduire que les points $A ; A'$ et I sont alignés
- 1 4) Soit G un point tel que $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$
- 1 a) Exprimer \overrightarrow{AG} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- 1 b) En déduire que G est le milieu de segment $[AI]$