

• Définitions et notations

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots\}$$

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4 \dots\}$$

Si un nombre a appartient à \mathbb{N} , on écrit $a \in \mathbb{N}$ sinon $a \notin \mathbb{N}$.

Exemples :

$$2 \in \mathbb{N} ; 2019 \in \mathbb{N}^* ; -6 \notin \mathbb{N} ; 0 \notin \mathbb{N}^*$$

• Nombres pairs et impairs :

On dit qu'un entier naturel a est un nombre pair, si et seulement s'il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que : $a = 2k$.

On dit qu'un entier naturel b est un nombre impair, si et seulement s'il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que : $b = 2k + 1$.

Exemple : Le nombre $6n + 10$ tel que $n \in \mathbb{N}$ est un nombre toujours pair car $6n + 10 = 2(3n + 5)$ avec $k = (3n + 5)$

Propriétés :

Le produit de deux nombres consécutifs est un nombre pair.

Exemples :

- L'entier $n(n + 1)$ est pair car il est produit de deux entiers consécutifs
- L'entier $(n + 5)(n + 6)$ est pair car il est produit de deux entiers consécutifs

Résumé de cours 1 : Ensemble \mathbb{N} et notion d'arithmétique

• Multiples d'un entier naturel :

On dit que a est un multiple de b , s'il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que : $a = kb$.

Le plus petit commun multiple de deux entiers naturels a et b , on le note généralement PPCM($a; b$) ou $a \vee b$.

• Diviseurs d'un entier naturel :

On dit que b est un diviseur de a , ou b divise par a , ou a est divisible par b s'il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que : $a = kb$.

Le plus grand diviseur commun de a et b on le note PGCD($a; b$) ou $a \wedge b$

• Critères de divisibilité par 2,3,5 et 9

- 1) Un nombre est divisible par 2 lorsque le chiffre des unités est pair.
- 2) Un nombre est divisible par 5 lorsque le chiffre des unités est 0 ou 5.
- 3) Un nombre est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 3.
- 4) Un nombre est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 9.

Exemple : le nombre 124581 est divisible par 3 car la somme des chiffres est 21 et 21 est un multiple de 3

• Nombres premiers :

Un entier naturel est dit premier, si ses seuls diviseurs sont 1 et lui-même.

Comment savoir qu'un nombre est premier

217 est-il un nombre premier ?

On a : $\sqrt{217} = 14,7309 \dots$ alors $14^2 < 217 < 15^2$.

Les nombres premiers inférieurs ou égaux à 14 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13.

Si l'un de ces nombres divise 217, alors 217 c'est un nombre composé. Sinon, 217 est premier.

On a 2, 3, 5 ne divise 217 mais 7 divise 217 Alors 217 est un nombre composé.

PPCM($a; b$) et PGCD($a; b$)

Le PGCD de a et b est le produit des facteurs premiers communs élevés à la plus petite puissance dans la décomposition

Le PPCM de a et b est le produit des facteurs premiers communs et non communs aux deux nombres, élevés à la plus grande puissance

Exemple

Soit : $a = 2^3 \times 3^2 \times 5$ et $b = 2^2 \times 3^3 \times 7^2$
 Alors PGCD($a; b$) = $2^2 \times 3^2$
 Alors : PPCM($a; b$) = $2^3 \times 3^3 \times 7^2 \times 5$