Formation Agadir

www.formationagadir.com

Série 05
Ordre dans IR

Tronc commun science

Exercice 01

Comparer s et b dans chaque : $x\,;\ y\ > 0$

1) $a = \frac{x+y}{2}$; $b = \sqrt{xy}$

2) $a = 1 - \frac{x}{y}$; $b = \frac{y}{x} - 1$

3) $a = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}\ +\ x}$; $b = \frac{1}{2x}$

Exercice 02

Soient x ;y et z des réels strictement positifs

1) Montrer que $x + y \geq 2\sqrt{xy}$
2) Déduire que :$(x+y)(y+z)(z+x) \geq 8xyz$
3) Montrer que $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$

Exercice 03

Soient I ; J et K des intervalles tel que :

$I\ =]-3;\ 2]$ et $J\ =\ [0;\ 4]$: ; et $K = [1; +\infty[$

1) Déterminer $I \cap J$; $I \cup J$ et $I \cap K$
2) Déterminer le centre ; l'amplitude et le rayon de l'intervalle J
3) Donner un intervalle E tel que $E \cup K = \mathbb{R}$

Exercice 04

x et y tels que $x \in [-2; -1]$ et $y \in [2; 5]$

1) Encadrer $2x + 3y + 7$ puis $2x - 3y$
2) Encadrer xy ; x/y ; $x^2 + y^2$ et $\sqrt{x+y}$

Exercice 05

Soient x et y deux réels tels que :

$1 < x < 2$ et $\frac{1}{2} < y < \frac{3}{2}$

On pose $E = x^2 - y^2 + x + y$

1) Donner un encadrement de E
2) Factoriser le nombre E
3) En déduire que : $\frac{3}{4} < E < \frac{29}{4}$

Exercice 06

Soit x un réel tel que $4 < x < 6$

On pose $C = \frac{2x+3}{x-2}$

1) Donner un encadrement de C puis calculer son amplitude
2) Vérifier que $C = 2 + \frac{7}{x-2}$
3) Déterminer un autre encadrement de C puis calculer son amplitude

Exercice 07

1) Ecrire les nombres suivants sans valeur absolu : $|3-\sqrt{2}|$; $|\sqrt{3}-2|$ et $|-1-\sqrt{5}|$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

(E_1): $|2x+8| = 2$; (E_2): $|2x-8| = |3x-6|$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

(I_1): $|2x-8| < 2$; (I_2): $|-3x+6| \geq 2$

Exercice 08

Soient a et b deux réels tels que :

$1 \leq a$ et $b \leq 2$ et $a - b = 3$

1) Montrer que :$\sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(b-2)^2} = 4$
2) Montrer que : $1 \leq a \leq 5$ et $-2 \leq b \leq 2$
3) Montrer que : $|a+b-7| + |a+b+1| = 8$

Exercice 09

Soient x est un réel tel que $|x-2| < \frac{3}{2}$

1) Donner une approximation de x à $\frac{3}{2}$ près
2) Donner un encadrement de x
3) Donner une approximation de x par défaut puis par exès à la précision 3
4) Montrer que $|2x-3| < 4$

Exercice 10

1) Comparer $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$
2) Développer $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2$
3) On pose $A = \sqrt{55 - 12\sqrt{7}}$; simplifier A
4) Sachant que $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ et

$2,6 < \sqrt{7} < 2,7$; Donner un encadrement de A d'amplitude 0,5

5) Donner une approximation de A par défaut puis par exès d'amplitude 0,5

Exercice 11

1) Soit a une valeur approchée par défaut de $\frac{1}{5}$ d'amplitude $\frac{1}{2}$; montrer que $\frac{-3}{10} < a < \frac{1}{5}$
2) Soit b une valeur approchée par exès de $\frac{1}{3}$ à 0, 1 prés ; montrer que $\frac{1}{3} < b < \frac{13}{30}$
3) Soit c une approximation de $\frac{1}{5}$ à la précision $\frac{1}{2}$; montrer que $\frac{-3}{10} < c < \frac{7}{10}$

Exercice 12

1) Soit x un réel

Montrer que $\sqrt{1+x^2} - 1 = \frac{x^2}{1+\sqrt{1+x^2}}$

2) Montrer que $1 + \sqrt{1+x^2} \geq 2$
3) Déduire que : $\left|\sqrt{1+x^2} - 1\right| < \frac{1}{2}x^2$
4) Déterminer une valeur approchée de nombre $\sqrt{1,0001}$ à la précision 5×10^{-5}

Exercice 13

1) Montrer que $\left|\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} - 1\right| < \frac{1}{2}x^2$
2) Trouver une approximation du nombre $\frac{1}{\sqrt{1,0004}}$ à la précision 2×10^{-4}