Exercice 01

On utilisant la relation $\frac{\alpha}{180} = \frac{\beta}{\pi}$, compléter le tableau suivant :

Mesure en degrés β	$33°$		$150°$		$80°$	
Mesure en radians α		$\frac{3\pi}{8} rad$		$\frac{\pi}{10} rad$		$\frac{\pi}{9}$

Exercice 02

1) Déterminer l'abscisse principale du point $M\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$:
2) Représenter sur le cercle trigonométrique les points A,B,C,D ; E et F d'abscisses curvilignes respectives $\frac{\pi}{3}$, $\frac{-\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{-4\pi}{3}$

Exercice 03

1) Déterminer l'abscisses curviligne principale de $\frac{27\pi}{4}$
2) Placer sur le cercle trigonométrique, les points M et N tels que l'angle $(\vec{\imath}\,;\overrightarrow{OM})$ mesure $\frac{9\pi}{4}$ rad et l'angle $(\vec{\imath}\,;\overrightarrow{ON})$ mesure $\frac{8\pi}{3}$ rad
3) Soient $(\widehat{Ox, Oy})$ et $(\widehat{Oy, Oz})$ deux angles orientés de mesures principales respectives $\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{3}$.

Déterminons la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{Ox, Oz})$.

Exercice 04

1) Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $(\vec{u}\,,\vec{v}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

   Déterminer : $(-\vec{u}\,,\vec{v})$; $(-\vec{u}\,,-\vec{v})$; $(\vec{u}\,,-\vec{v})$;$(\vec{v}\,,-\vec{u})$
2) Soit ABC un triangle équilatéral tel que :$(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

I ; J et K les milieux respectifs des segments $[BC]$; $[AC]$ et $[AB]$

Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés :

a) $(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{CA}})$; b) $(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{JK}})$; c) $(\widehat{\overrightarrow{AI};\overrightarrow{CA}})$

Exercice 05

1) Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ et $\sin x = \frac{3}{4}$; Calculer $\cos x$.
2) Soit $y \in \mathbb{R}$ tel que $-\pi \leq y \leq -\frac{\pi}{2}$ et $\sin y = -\frac{2}{5}$; Calculercos y

Exercice 06

1) Calculer les rapports trigonométriques des nombres réels suivants : 9π ; $-\frac{\pi}{3}$; $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{6}$; $\frac{-4\pi}{3}$
2) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = sin\left(\frac{\pi}{13}\right) + sin\left(\frac{3\pi}{13}\right) + sin\left(\frac{14\pi}{13}\right) + sin\left(\frac{16\pi}{13}\right)$$

$$B = cos(2022\pi) + cos(2023\pi) + 2cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{8\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)$$

$$C = sin^2\left(\frac{\pi}{11}\right) + sin^2\left(\frac{3\pi}{11}\right) + sin^2\left(\frac{17\pi}{22}\right) + sin^2\left(\frac{9\pi}{22}\right)$$

Exercice 07

1) Déterminer $sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$; $cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$; $cos\left(\frac{55\pi}{3}\right)$ et $sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$
2) Soit $x \in \left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ tel que $sin(x) = \frac{4}{5}$; caluler $sin(x)$
3) Sachant que $tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$

   a) Montrer que : $cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ puis calculer $sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

   b) Calculer :$cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

Exercice 08

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$$

$$B = \sin^4 x - \cos^4 x - \sin^2 x + \cos^2 x$$

2) Montre que : $\sin^4 x + \cos^4 x + 2(1 - \cos^2 x)\cos^2 x = 1$

Exercice 09

1) Calculer $\tan\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ et $\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)$
2) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = tan\left(\frac{\pi}{7}\right) + tan\left(\frac{3\pi}{7}\right) + tan\left(\frac{4\pi}{7}\right) + tan\left(\frac{6\pi}{7}\right)$$

$$B = cos\left(\frac{\pi}{7}\right) sin\left(\frac{\pi}{7}\right)\left(tan\left(\frac{\pi}{7}\right) + tan\left(\frac{5\pi}{14}\right)\right)$$

Exercice 10

1) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\cos x = \frac{1}{2}$

b) Résoudre dans $[-2\pi; 2\pi]$ l'équation (E) : $\cos x = \frac{1}{2}$

2) **a)** Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation (I): $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) Résoudre dans $[-\pi; 0]$ l'inéquation (I_2): $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) Résoudre dans l'intervalle $[0; \pi]$ l'inéquation (I_2): $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) Résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi]$ l'inéquation (I_2): $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 11

1)a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\sin x = \frac{1}{2}$

b) Résoudre dans l'intervalle $[0; 4\pi]$ l'équation (E) : $\sin x = \frac{1}{2}$

2)a) Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation (I_1): $\sin x \leq \frac{1}{2}$

b) Résolvons dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation (I_2): $\sin x > \frac{1}{2}$

Exercice 12

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\tan x = \sqrt{3}$

2) Résoudre dans l'intervalle $[-\pi; \pi]$ l'inéquation (I_1): $\tan x \leq \sqrt{3}$

3) Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation (I_2): $\tan x > \sqrt{3}$

Exercice 13

1) Soit ABC un triangle équilatéral tel que $AB = 3$cm.
Calculer la surface de ce triangle.

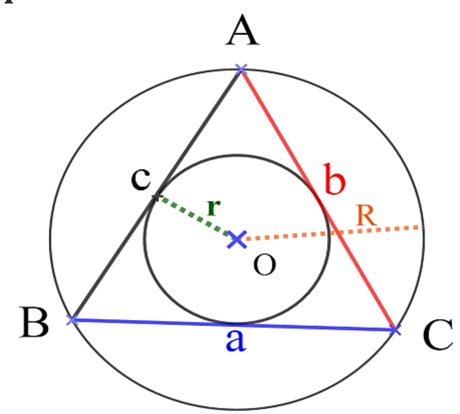
2) Soit ABC un triangle tel que
$AB = 5$cm , $\widehat{A} = \frac{\pi}{4}$rad et $\widehat{B} = \frac{\pi}{6}$rad.

a) Calculer BC et AC.

b) Calcluer la surface de ce triangle.

c) Déterminer le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.

d) Déterminer le rayon du cercle inscrit dans triangle ABC



Exercice 14

Pour tout x de $\mathbb{R}$, on pose : $P(x) = 2sin^2(x) - sinx - 1$

1) Montrer que $P(\pi - x) = P(x)$

2) Déduire $P\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $P\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

2) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $P(x) = (2sinx + 1)(sinx - 1)$

3) Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ l'équation $P(x) = 0$

4) Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ l'inéquation $P(x) \geq 0$.

Exercice 15

Pour tout x de $\mathbb{R}$, on pose :

$$A(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

1) Montrer que $A(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $A(x) = \sqrt{2}$.

3) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi, \pi]$ l'inéquation $A(x) < \sqrt{2}$

Exercice 16

Pour tout x de $\mathbb{R}$, on pose : $A(x) = \cos(x)\sin(x)$

1) Calculer $A\left(\frac{19\pi}{3}\right)$

2) Montrer que $A(\pi + x) = A(x)$ *et* $A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = A(x)$

3) Montrer que pour tout $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$: $A(x) = \frac{tanx}{1+tanx}$

4) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi, \pi]$ l'équation $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Exercice 17

Soient ABC un triangle tels que : $AB = 4$ *et* $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ *et* $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{4}$

On pose $AC = b$ et $BC = a$.

1) Montrer que : $b = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

2) **a)** Montrer que : $a^2 + 4\sqrt{6}a - 48 = 0$.

b) Calculer a , puis calculer $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

c) Calculer le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC .