

## Exercice 01

Compléter par :  $\in$  ;  $\notin$  ;  $\subset$  ;  $\not\subset$  :

$$5 \dots \mathbb{D} ; \quad -7 \dots \mathbb{D} ; \quad \mathbb{N} \dots \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Z}^- \dots \mathbb{Z} ; \quad \sqrt{3} \dots \mathbb{Q} ; \quad -17 \dots \mathbb{Z}^-$$

$$\frac{12}{2} \dots \mathbb{N} ; \quad \mathbb{R} \dots \mathbb{Q} ; \quad -\sqrt{\frac{12}{3}} \dots \mathbb{Z}$$

## Exercice 02

1) Soit  $x$  un réel strictement positif

$$\text{Montrer que : } \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{x^2}{x+1}$$

2)  $x$  et  $y$  deux réels tels que non nuls et  $x + y \neq 0$  et  $x - y \neq 0$ , montrer que

$$\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} - \frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{y^2 + x^2}{y^2 - x^2}$$

## Exercice 03

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$X = \frac{b^{16}}{a^{10}} \times \left(\frac{a^3}{b^2}\right)^2 \times \left(\frac{b^2}{a^4}\right)^4$$

$$Y = \frac{a^{-3} \times b \times (a^2 b^{-2})^4 \times a^5}{a^5 \times b^{-2} \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-3}}$$

2) Montrer que

$$\frac{6^6 \times 27^4}{3^7 \times 12^2} = 3^9 \times 2^2$$

## Série 04: Ensembles des nombres

## Exercice 04

1) Calculer et simplifier les nombres suivants :

$$A = (2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

$$B = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

$$C = \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \times \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

2) Soit  $x \in \mathbb{R}$

Développer les expressions suivantes

$$A = (2x - 3)^2 + (x + 2)^2$$

$$B = (x - 2)(x^2 + 4x + 4)$$

$$C = (x + 2)^3 - x(x - 1)^2$$

3) Soit  $x \in \mathbb{R}$

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 27x^3 + 8$$

$$B = 8x^3 - 1$$

$$C = 27 - x^3 - (x - 3)(x - 2) + 2(3 - x)^2$$

## Exercice 05

1) Montrer que  $\sqrt{1 + \frac{1}{2}} \times \sqrt{1 - \frac{1}{2}} \in \mathbb{Q}$

2) Montrer que  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \in \mathbb{N}$

3) Montrer que  $\left(\frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{3}\right)^2 \in \mathbb{N}$

## Tronc commun science

## Exercice 06

$$\text{On pose } A = \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}$$

$$\text{et } B = \sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}$$

1) a) Déterminer le signe de  $A$

b) Montrer que  $A = -\sqrt{2}$

2) Simplifier  $B$

3) On pose :  $a = \sqrt{4 - \sqrt{7}}$  et  $b = \sqrt{4 + \sqrt{7}}$

$$\text{En déduire que } a = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2} \text{ et } b = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$$

## Exercice 07

$a$  et  $b$  deux réels tels que :

$$a + b = 2 \text{ et } a^2 + b^2 = 8$$

1) a) Calculer la valeur de  $a \times b$

b) En déduire la valeur de  $a^3 + b^3$

2) Calculer  $a^4 + b^4$ , puis  $a^6 + b^6$

## Exercice 08

Soit  $x$  un réel strictement positif

1) Montrer que

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

2) On pose

$$S = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

Montrer que  $S \in \mathbb{N}$